

Confidential



DEPARTMENT OF EDUCATION
DEPARTEMENT VAN ONDERWYS
LEFAPHA LA THUTO
ISEBE LEZEMFUNDO

PROVINSIALE VOORBEREIDENDE EKSAMEN

GRAAD 12

**WISKUNDE V2
SEPTEMBER 2025**

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

*Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n 23 bladsye SPESIALE
ANTWOORDEBOEK.*

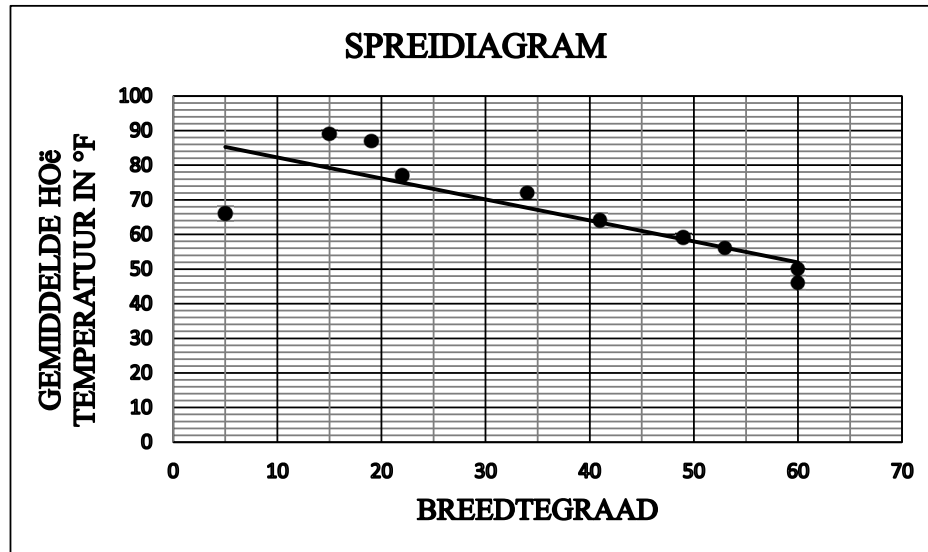
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy kan 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

- 1.1 Die spreidiagram hieronder toon die breedtegraad (in grade) van 10 stede in die Noordelike Halfrond en hulle gemiddelde hoë temperature (in ° F). Die kleinste kwadrate-regressielyn is ook geskets.



- 1.1 Gebruik die spreidiagram om die sterkte van die korrelasie tussen die breedtegraad en die gemiddelde hoë temperatuur van 'n stad te beskryf. Motiveer jou antwoord. (2)

Die tabel hieronder toon die data wat gebruik is om die spreidiagram hierbo te teken.

Breedtegraad in grade	5	19	34	53	22	41	60	15	60	49
Gemiddelde hoë temperatuur (in °F)	66	87	72	56	77	64	46	89	50	59

- 1.2 Bepaal die vergelyking van die kleinste kwadrate-regressielyn vir die data. (3)
- 1.3 Voorspel die gemiddelde hoë temperatuur van 'n stad met 'n breedtegraad van 28 grade. (2)
- 1.4 Skryf die standaardafwyking van die 10 stede se gemiddelde hoë temperature neer. (1)
- 1.5 Bepaal die aantal stede waarvan die gemiddelde hoë temperatuur meer is as een standaardafwyking bo die gemiddelde. (3)

[11]

VRAAG 2

Vyftig seuns is geweeg en hulle massa tot die naaste kilogram aangeteken. Die tabel hieronder dui die resultate aan:

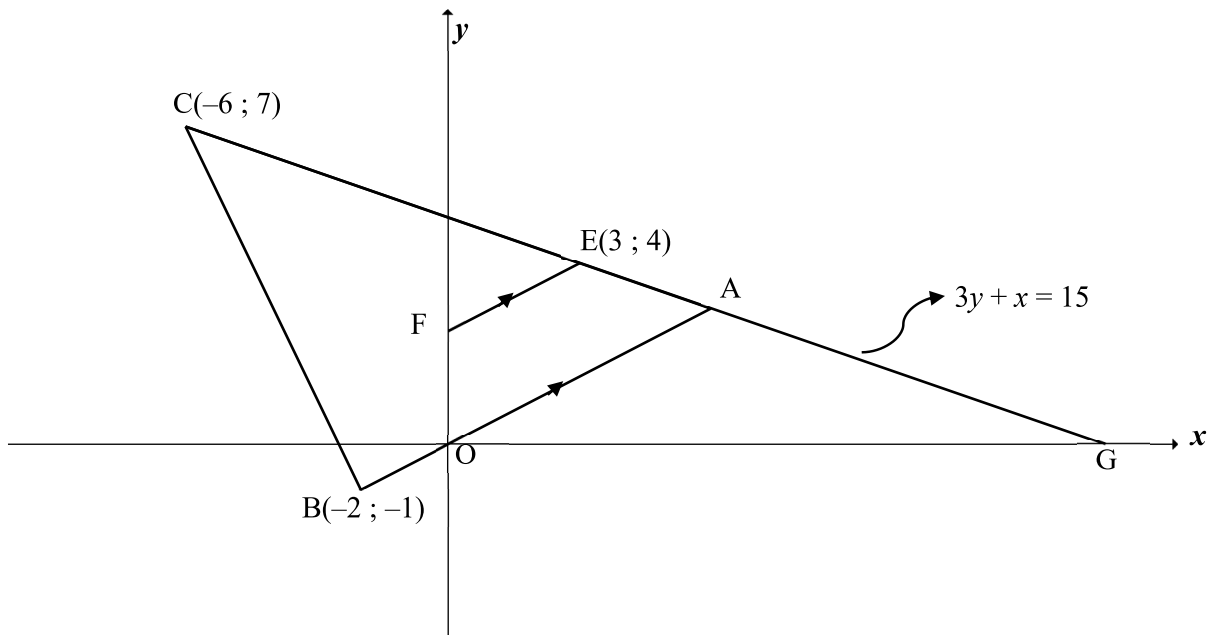
MASS (kg)	FREQUENCY	CUMULATIVE FREQUENCY
$60 \leq m < 65$	2	2
$65 \leq m < 70$	6	8
$70 \leq m < 75$	12	20
$75 \leq m < 80$	14	34
$80 \leq m < 85$	10	k
$85 \leq m < 90$	f	50

- 2.1 Skryf die waardes van k en f neer. (2)
- 2.2 Skets 'n ogief (kumulatiewe frekwensie-grafiek) om die data voor te stel op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK gegee word.
- 2.3 Gebruik die grafiek om die mediaan van die data te bepaal. (2)
- 2.4 Watter persentasie van die seuns weeg 83 kg en meer? (2)

[9]

VRAAG 3

In die diagram is A, B(-2 ; -1) en C(-6 ; 7) hoekpunte van $\triangle ABC$. CA is verleng om die x -as by G te sny. F is 'n punt op die y -as en E(3 ; 4) 'n punt op CA sodanig dat $FE \parallel BA$. Die lyn BA gaan deur die oorspong. Die vergelyking van CG is $3y + x = 15$.

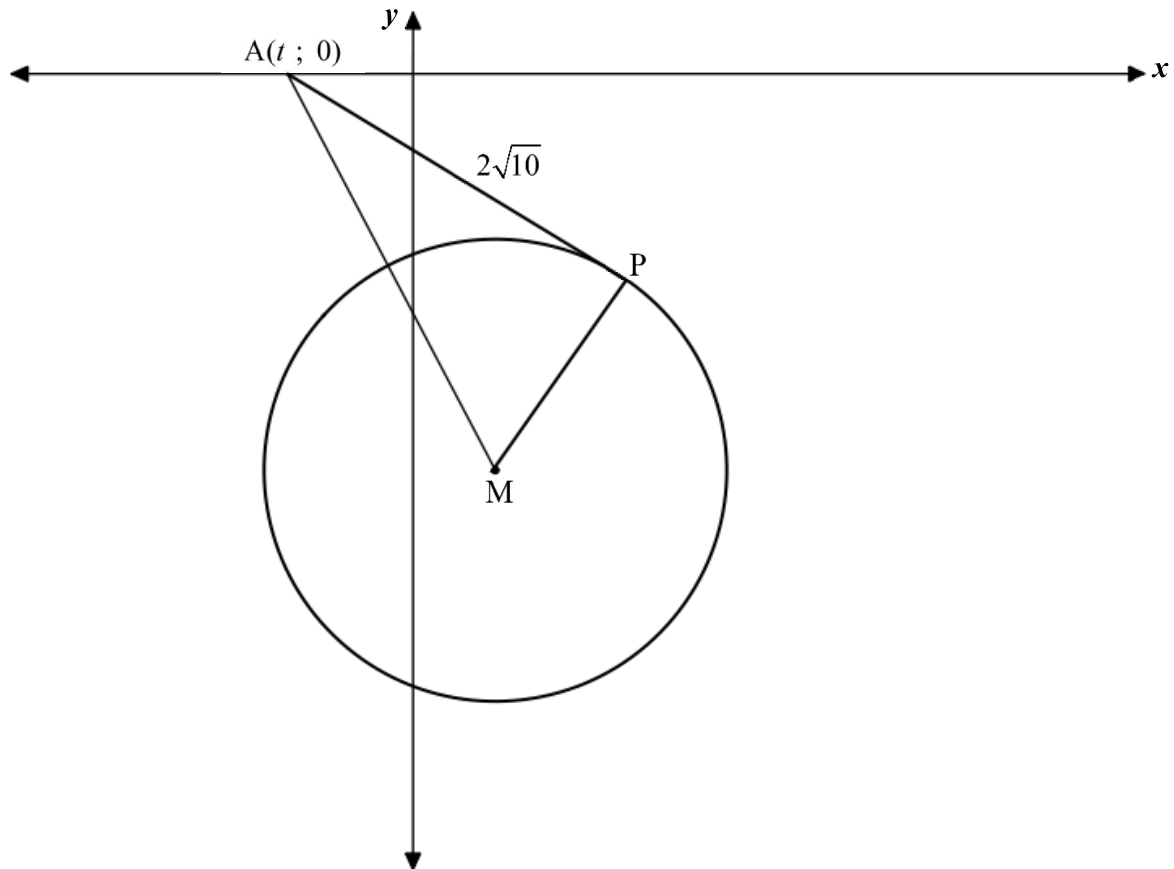


- 3.1 Bereken die gradiënt van AB. (2)
- 3.2 Bewys dat $CB \perp BA$. (3)
- 3.3 Bepaal die vergelyking van FE in die vorm $y = mx + c$. (3)
- 3.4 Bereken die:
 - 3.4.1 grootte van $\widehat{OFE}$ (3)
 - 3.4.2 oppervlakte van vierhoek OFEG (6)
- 3.5 A(6 ; 3), B, C en D vorm 'n reghoek met punt D in die eerste kwadrant.
 - 3.5.1 Bereken die koördinate van D. (2)
 - 3.5.2 'n Sirkel word deur die punte A, B en C getrek.
 - (a) Bereken die koördinate van die middelpunt van die sirkel. (2)
 - (b) Bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. (3)

[24]

VRAAG 4

In die diagram is 'n sirkel met middelpunt M en die vergelyking $x^2 - 4x + y^2 + 10y + 19 = 0$ geskets. 'n Raaklyn word vanaf $A(t; 0)$ getrek om die sirkel by P te raak.. $\triangle APM$ is getrek en $AP = 2\sqrt{10}$.



- 4.1 Gee 'n rede waarom $\hat{APM} = 90^\circ$. (1)
- 4.2 Bereken die:
- 4.2.1 Koördinate van M (3)
- 4.2.2 lengte van PM, die radius van die sirkel (1)
- 4.3 Toon aan dat $t = -3$. (4)
- 4.4 'n Ander sirkel, met middelpunt N en die vergelyking $(x - 5)^2 + (y - e)^2 = 40$, word getrek. Die middelpunt N lê op die lyn MA verleng, met die vergelyking $y = -x - 3$.
- 4.4.1 Skryf die koördinate van N neer. (2)
- 4.4.2 Bepaal of die twee sirkels, met middelpunte M en N, mekaar sal sny, ekstern sal raak of glad nie raak of sny nie. (5)

[16]

VRAAG 5

5.1 Gegee: $\sqrt{13} \sin \alpha - 2 = 0$ en $x \in [90^\circ ; 270^\circ]$

Bepaal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waarde van:

5.1.1 $\tan \alpha$ (4)

5.1.2 $\sin(90^\circ - \alpha)$ (2)

5.2 Beskou: $\frac{\sin(180^\circ + \theta) \cdot \cos(90^\circ + \theta)}{\tan \theta \cdot \cos(-\theta)}$

Vereenvoudig die uitdrukking tot 'n enkele trigonometriese verhouding. (5)

5.3 Bepaal die algemene oplossing van x in die vergelyking: $\sin x = 1 - \cos 2x$. (6)

5.4 Beskou die volgende identiteit: $\sin(A + B) + \sin(A - B) = 2 \sin A \cos B$

5.4.1 Bewys die identiteit. (2)

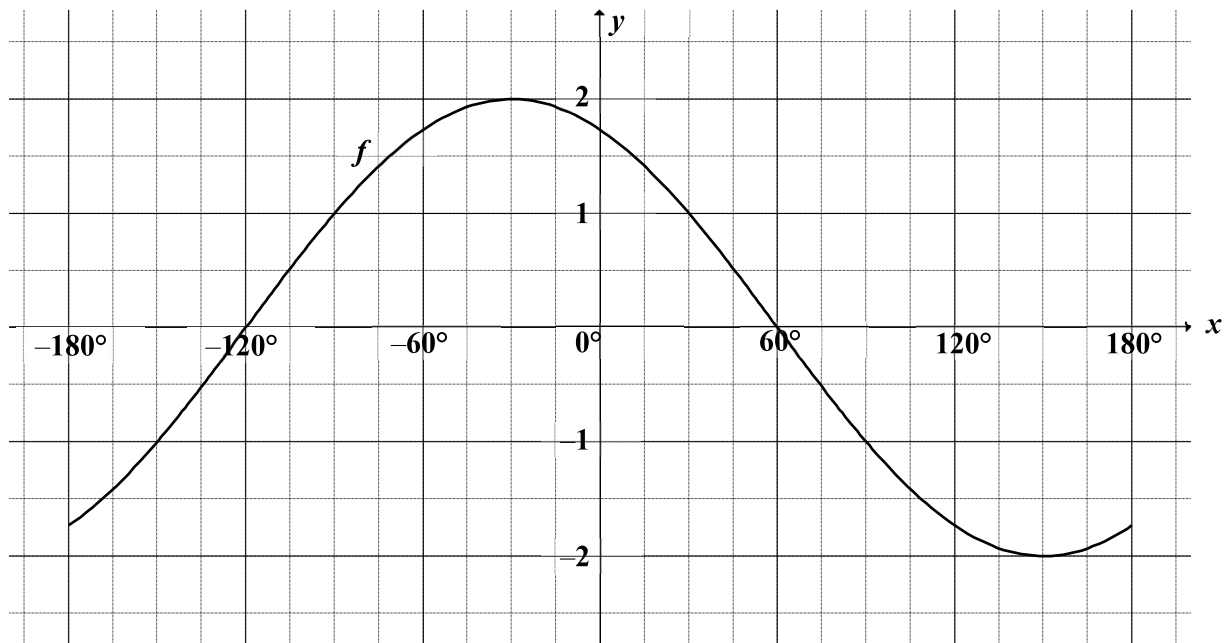
5.4.2 Toon vervolgens of andersins, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, aan dat:

$$\frac{(\sin 7x + \sin 3x)}{(\cos 7x + \cos 3x)} = \tan 5x$$

(5)
[24]

VRAAG 6

In die diagram is die grafiek van $f(x) = a \cos(x + b)$ vir die interval $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$ geskets.



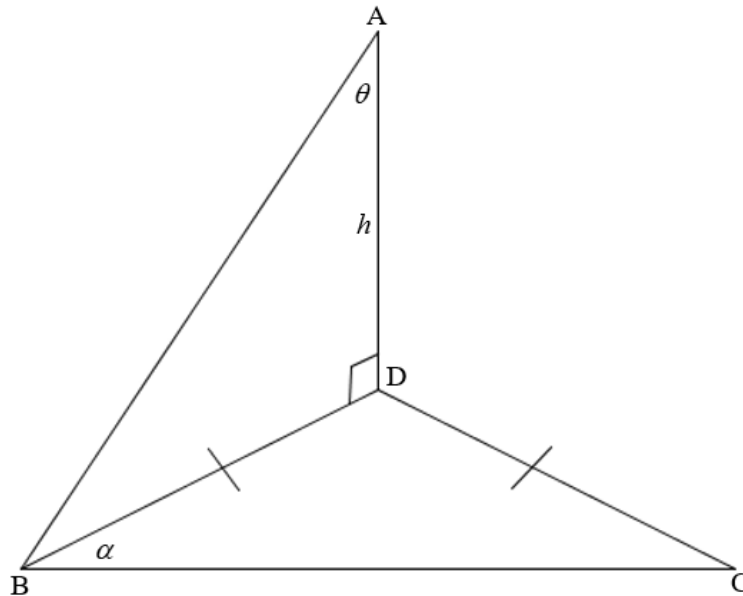
- 6.1 Gebruik die grafiek om die waardes van a en b te bepaal. (2)
- 6.2 Skets die grafiek van $g(x) = \sin 2x + 1$ vir die interval $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$ op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word. Toon duidelik die afsnitte met die asse asook die koördinate van die draaipunte aan. (3)
- 6.3 Skryf die periode van g neer. (1)
- 6.4 Bepaal die waardeversameling van $2g(x)$. (3)
- 6.5 Gebruik die grafieke om die waarde(s) van x te bepaal waarvoor:
- 6.5.1 $f(x) < g(x)$, in die interval $x \in [-180^\circ; 0^\circ]$ (2)
- 6.5.2 $\tan(x + b)$ in the interval $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$ ongedefinieerd is (2)
- 6.6 Die grafiek van g word met 45° na links geskuif om grafiek p te vorm. Bepaal die vergelyking van p in die eenvoudigste vorm. (2)

[15]

VRAAG 7

In die volgende diagram is AD 'n vertikale paal sodanig dat $AD \perp BD$. B, D en C lê in dieselfde horisontale vlak. Die paal word by B geanker.

$\hat{B}AD = \theta$, $\hat{D}BC = \alpha$, $AD = h$ en $DB = DC$.



7.1 Bepaal BD in terme van h . (2)

7.2 Toon vervolgens aan dat $BC = 2h \tan \theta \cos \alpha$. (4)

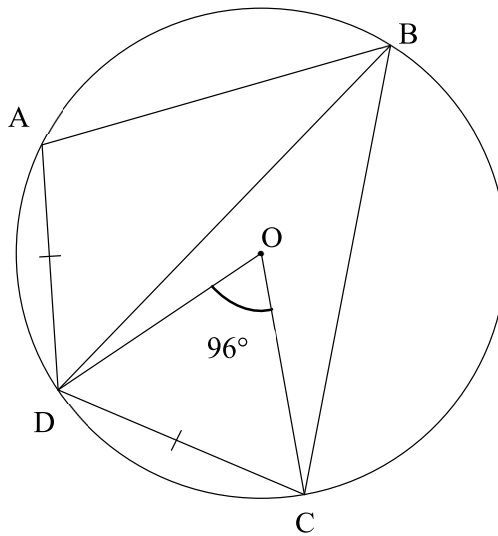
7.3 As $\theta = 40^\circ$, $\alpha = 25^\circ$ en $h = 5$ meter, bepaal die oppervlakte van $\triangle BDC$. (3)

[9]

Verskaf redes vir jou bewerings in VRAAG 8, 9 en 10.

VRAAG 8

- 8.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel. Koordevierhoek ABCD en koord BD is getrek sodanig dat $AD = DC$. $\hat{DOC} = 96^\circ$.



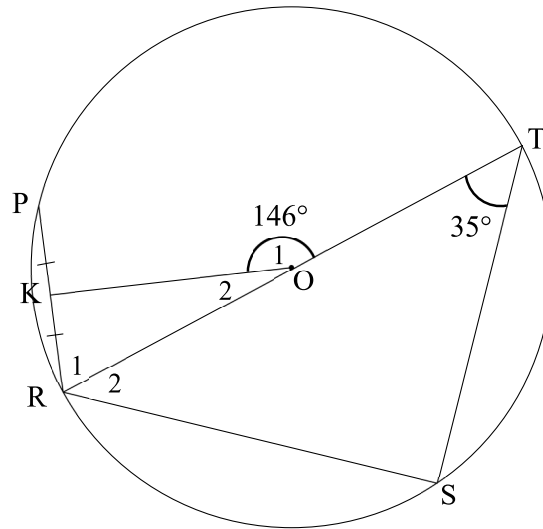
Bereken, met redes, die grootte van:

8.1.1 $\hat{DBC}$ (2)

8.1.2 $\hat{ABD}$ (2)

8.1.3 $\hat{ADO}$ (5)

- 8.2 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel. Punte P, R, S en T lê op die sirkel. $\triangle RTS$ is getrek. OK halveer koord PR by K. $\hat{O}_1 = 146^\circ$ en $\hat{T} = 35^\circ$.



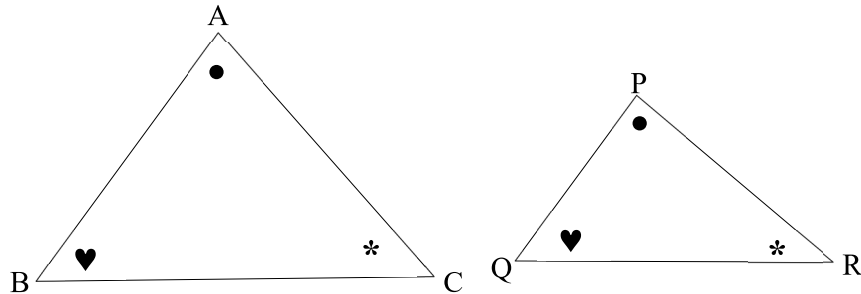
Bereken, met redes, die grootte van $\hat{PRS}$.

(7)

[16]

VRAAG 9

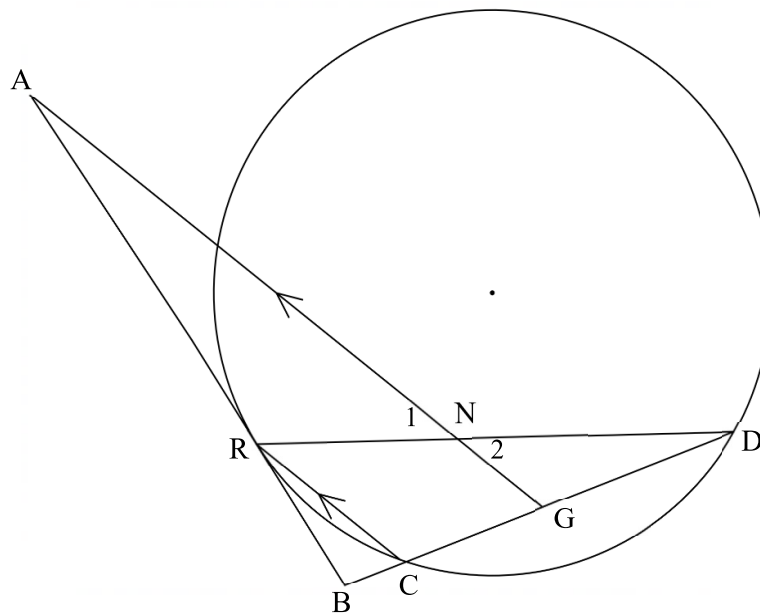
9.1 In die diagram is $\triangle ABC$ en $\triangle PQR$ geskets met $\hat{A} = \hat{P}$; $\hat{B} = \hat{Q}$ en $\hat{C} = \hat{R}$.



Gebruik die diagram in die ANTWOORDEBOEK om die stelling te bewys wat beweer dat as twee driehoeke gelykhoekig is, dan is die ooreenstemmende sye eweredig m.a.w. $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$.

(6)

9.2 In die diagram is AB 'n raaklyn aan die sirkel by R. C en D is punte op die sirkel. $\triangle RCB$ en $\triangle RCD$ is getrek. G is 'n punt op koord CD sodanig dat $AG \parallel RC$. Koord RD en AG sny by N.



Bewys, met redes, dat:

9.2.1 $\triangle DNG \parallel \triangle ANR$.

(5)

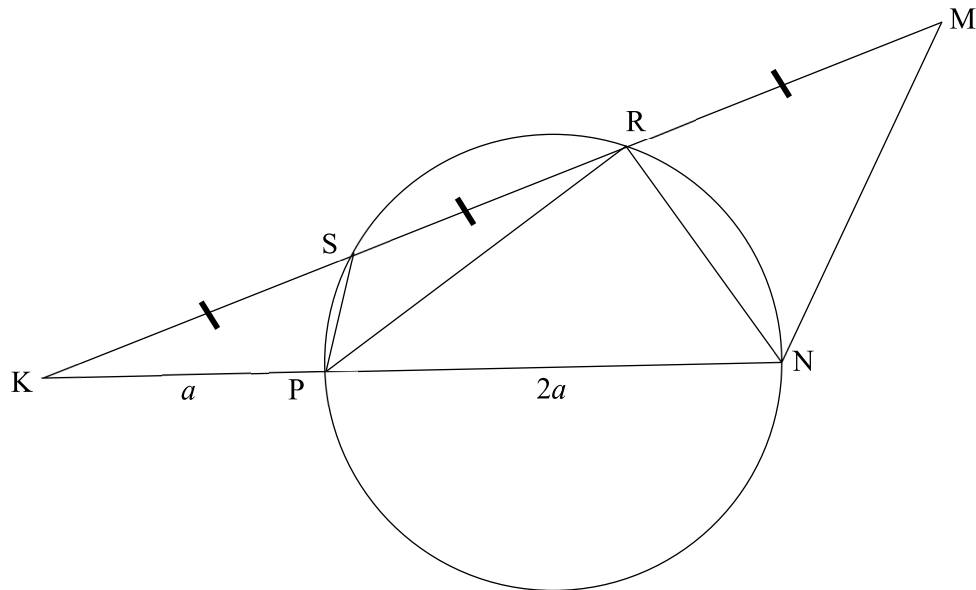
9.2.2 $\hat{BRC} = \hat{A}$

(2)

[13]

VRAAG 10

In die diagram is PNRS 'n koordevierhoek van die sirkel. RS en NP is verleng om in K te ontmoet. NM ontmoet SR verleng by M. Koord PR is getrek.
 $KS = SR = RM$, $KM = 18$ units, $KP = a$ eenhede en $PN = 2a$ eenhede.



10.1 Bewys, met redes, dat:

10.1.1 $PS \parallel NM$ (2)

10.1.2 PN 'n raaklyn is 'n sirkel deur die punte R, N en M, by N. (4)

10.1.3 $\frac{NM}{NR} = \frac{1}{4}a$ (4)

10.2 As dit verder gegee word dat $\triangle PNR \sim \triangle NMR$, bepaal die lengte van NM in terme van a . (3)

[13]

TOTAAL: 150

INFORMATION SHEET

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = (1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_2 + x_1}{2}; \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$