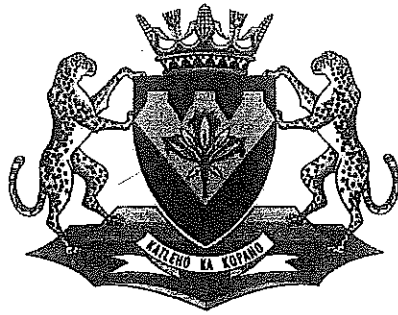




education

Department of
Education
FREE STATE PROVINCE

VOORBEREIDENDE EKSAMEN

GRAAD 12

WISKUNDE V1

SEPTEMBER 2021

TYD: 3 UUR

PUNTE: 150

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
5. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
6. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
7. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x :

1.1.1 $x^2 - 4x - 21 = 0$ (3)

1.1.2 $x(5x - 1) = 3$ (korrek tot TWEE desimale plekke) (4)

1.1.3 $2x^2 - 9x + 4 \geq 0$ (3)

1.1.4 $3^{x+1} - 3^{x-1} - 24 = 0$ (4)

1.2 Los gelyktydig op vir x en y :

$y + 2x = 2$ en $y^2 - 3yx = -2x^2$ (5)

1.3 Vereenvoudig, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

$$\left(\sqrt[4]{\sqrt{20} - \sqrt{D_x(4x)}}\right)\left(\sqrt[4]{\sqrt{20} + \sqrt{D_x(4x)}}\right)$$

(4)

[23]

VRAAG 2

2.1 Gegee die kwadratiese getalpatroon: $-22; -12; -6; -4; \dots$

2.1.1 Skryf die waarde van die volgende twee terme van die patroon neer. (2)

2.1.2 Bepaal 'n uitdrukking vir die n^{de} term van die patroon. (4)

2.1.3 Watter term van die patroon sal die maksimum waarde hê? (2)

2.2 Die n^{de} term van die rekenkundige ry is $T_n = 27 - 6(n+1)$

2.2.1 Skryf die waarde van die algemene verskil neer. (1)

2.2.2 Watter term van die ry is gelyk aan -117 ? (2)

- 2.3 Die reeks $5+9+13+\dots$ bestaan uit n terme. Die som van die laaste ses terme van hierdie reeks is 906.
- 2.3.1 Bepaal, in terme van n , die som tot n , terme van die reeks. (2)
- 2.3.2 As die laaste ses terme van die reeks weggelaat word, bepaal, in terme van n , die som van die res van die terme. (2)
- 2.3.3 Bepaal gevolglik die waarde van n . (4)
- [19]

VRAAG 3

- 3.1 Gegee 'n meetkundige reeks: $3; \frac{3}{2}; \frac{3}{4}; \dots$
- Bepaal die grootste waarde van n waarvoor $T_n > \frac{3}{16384}$ (4)
- 3.2 Bepaal die waarde van n as $\sum_{k=1}^{\infty} 27p^k = \sum_{n=1}^{30} 3\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ (5)
- [9]

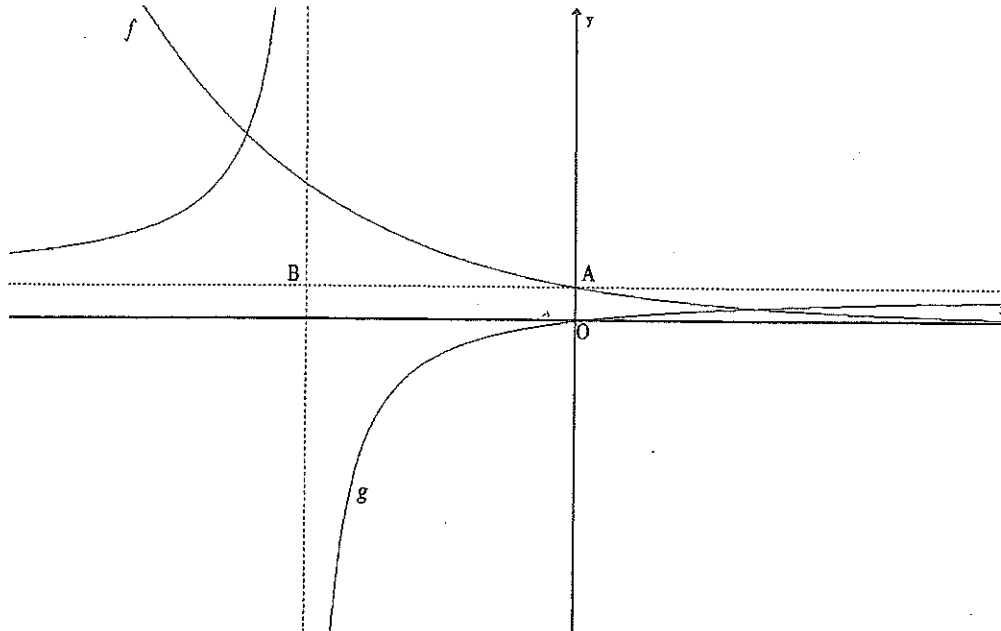
VRAAG 4

Gegee die funksie gedefinieer deur: $f(x) = -2x^2 - 4x + 16$

- 4.1 Skryf die y -snypunte van f neer. (1)
- 4.2 Bereken die x -snypunte van f . (2)
- 4.3 Bepaal die koördinate van die draaipunt van f . (3)
- 4.4 Skets die grafiek van f , en dui al die afsnitte met die asse en die draaipunt aan. (3)
- 4.5 Skryf die waardeversameling van f neer. (2)
- [11]

VRAAG 5

Die grafieke van $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ en $g(x) = \frac{a}{x+p} + q$ is hieronder geskets. B is die snypunt van die asimptote van g . A is die y -afsnit van f . Die grafiek van g gaan deur die oorsprong. AB is parallel met die x -as.



- 5.1 Skryf die vergelyking van f^{-1} , die inverse van f in die vorm $y = \dots$ (2)
- 5.2 Skryf die definisieversameling van f^{-1} neer. (1)
- 5.3 Skets die grafiek van $y = f^{-1}(x)$ in jou antwoordboek. Toon duidelik die snypunt met die asse en die asimptote op jou grafiek aan. (2)
- 5.4 As $h(x) = x + 3$ die vergelyking van een van die simmetrie-asse van g is, bepaal die koördinate van B. (2)
- 5.5 Bepaal gevolglik die vergelyking van g in die vorm $g(x) = \frac{a}{x+p} + q$. (4)
- 5.6 Skryf die vergelyking van k neer, as $k(x) = g(x-3) + 1$ in die vorm $k(x) = \frac{a}{x+p} + q$ (2)
- 5.7 Bepaal vir watter waarde(s) x is:
 - 5.7.1 $f(x) \times g(x) \leq 0$? (2)
 - 5.7.2 $g'(x) > 0$? (2)

VRAAG 6

6.1 Gegee: $p(x) = -3x^2$

6.1.1 Gee 'n rede waarom p^{-1} nie 'n funksie is nie (2)

6.1.2 Plaas die beperkings van die waardeversameling van p sodat p^{-1} 'n funksie is. (2)

6.2 In 'n toets moes Peter die afgeleide van 'n funksie bepaal. Hy het egter per ongeluk die omgekeerde bepaal en sy antwoord was $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x}{2}}$.
Bepaal die korrekte antwoord op die vraag wat in 'n toets gegee word. (3)
[7]

VRAAG 7

7.1 'n Belegging verdien rente teen 12% per jaar, elke ses maande saamgestel. Bereken die effektiewe jaarlikse rentekoers van hierdie belegging. (2)

7.2 'n Maatskappy het toerusting gekoop wat jaarliks met 7% depresieer op die verminderde saldo. Hoeveel jaar sal dit neem voordat die toerusting die helfte van die oorspronklike koopprys werd is? (3)

7.3 Kenneth het R250 000 in 'n rekening teen 9,5% per jaar belê, kwartaalliks saamgestel. Twaalf jaar later nadat hy die oorspronklike belegging gemaak het, het hy 'n huis vir R2 920 000 gekoop. Hy het die volle opbrengs op sy belegging vir die deposito gebruik en die bank het 'n lening aan hom toegestaan vir die balans. Die bank het rente op die lening gehef teen 10,3% per jaar, maandeliks saamgestel. Die lening was vir 'n tydperk van 20 jaar en die eerste maandelikse paaient is een maand nadat die lening toegestaan is, gedoen

7.3.1 Bereken die waarde van Kenneth se oorspronklike belegging na 12 jaar. (3)

7.3.2 Bepaal die waarde van die lening wat Kenneth bekom het. (1)

7.3.3 Bereken die maandelikse terugbetaling op die lening. (3)

7.3.4 Kenneth het die lening na 20 jaar ten volle afbetaal. Hoeveel rente het hy op die lening betaal? (2)
[14]

VRAAG 8

8.1 Bepaal $f'(x)$ vanuit die eerste beginsels indien dit gegee is dat $f(x) = -\frac{3}{x}$. (4)

8.2 Bepaal:

8.2.1 $D_x[(3x^3 - 2)^2]$ (3)

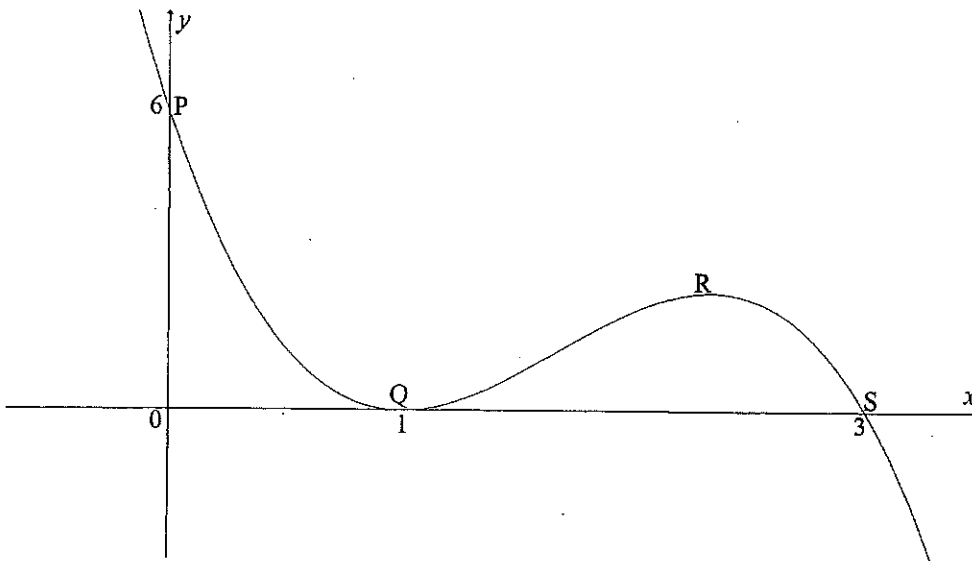
8.2.2 $\frac{dy}{dx}$ as $y = 2x^3 - \frac{4}{x} + 4\sqrt[3]{x}$ (4)

8.3 Bepaal die koördinate van die punt op die kromme van $y = 2(1-x)^2$, waar die raaklyn by die punt loodreg is op $y = -2x + \frac{4}{3}$. (4)

[15]

VRAAG 9

Die grafiek van 'n kubiese funksie, $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, is hieronder geteken. $P(0; 6)$; $Q(1; 0)$; R en $S(3; 0)$ is punte op die grafiek. Q en R is die draaipunte (of stasionêre punte) van f .



9.1 Toon aan dat $a = -2$; $b = 10$; $c = -14$ en $d = 6$. (5)

9.2 Bepaal die x -koördinate van die buigpunt van f . (3)

9.3 Vir watter waarde(s) van:

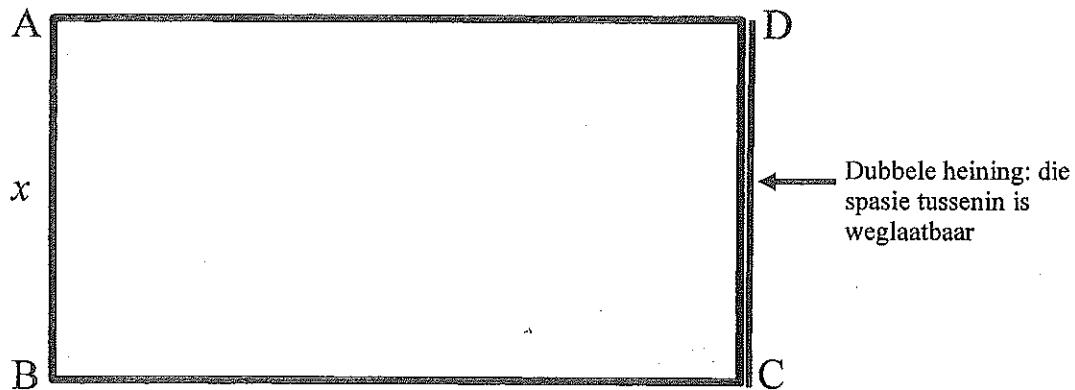
9.3.1 x vermeerder $f(x)$? (5)

9.3.2 k sal $f(x) = k$ presies drie verskillende reële wortels hê? (3)

[16]

VRAAG 10

'n Boer maak 'n reghoekige omheining vir sy skape met 'n 100 meter rol draad. Hy maak 'n dubbele omheining aan die een kant om te keer dat die skape na die veld met gewassé deurbreek. 'n Plan van sy omheining word hieronder getoon.



Die lengte van AB is x meter.

- 10.1 Toon aan dat die oppervlakte wat op hierdie manier omhein kan word, gegee

word deur die formule: $A(x) = 50x - \frac{3}{2}x^2$

(2)

- 10.2 Bepaal die lengte van AB om 'n omheining van maksimum oppervlakte te bied.

(3)

[5]

VRAAG 11

- 11.1 'n Groep van 540 mense met groen of blou oë is lukraak gekies om vas te stel of groen of blou oë afhanklik is van geslag. Die resultate word hieronder getoon:

	Manlik	Vroulik	Totaal
Groen oë	183	147	330
Blou oë	117	93	210
Totaal	300	240	540

- 11.1.1 As 'n persoon uit die groep lukraak gekies word, skryf die waarskynlikheid dat dit 'n vrou met groen oë sal wees, neer.

(1)

- 11.1.2 Na die ontleding van die uitslae kom 'n leerder tot die gevolgtrekking dat die waarskynlikheid van groen oë onafhanklik van geslag is. Is sy reg? Ondersteun jou antwoord met relevante berekeninge.

(4)

- 11.2 E en F is twee onafhanklike gebeure. $P(E) = x$ en $P(F) = y$. $P(E \text{ en } F) = \frac{1}{3}$
en $P(E \text{ of } F) = \frac{9}{10}$. Toon dat $30y^2 + 10 = 37y$ (3)

- 11.3 Dertien leerders moet in 'n bus sit, die leerders moet soos hieronder getoon, geplaas word.

XXXXXX ← agterste ry

XX XX

XX XX ← voorste ry

- 11.3.1 As die leerders lukraak gerangskik word, op hoeveel verskillende maniere kan hulle geplaas word? (2)

- 11.3.2 Vyf vriende dring daarop aan om in die agterste ry te sit, en een leerder wat siek word, moet langs die deur, op sitplek gemerk D, sit.

XXXXXX

XX XX

XX XD

- Op hoeveel maniere kan die leerders nou gerangskik word? (4)
[14]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1+i)^n$$

$$A = P(1-i)^n$$

$$A = P(1+i)^n$$

$$A = P(1+i)^n$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} ; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\text{oppervlak } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$