



**GAUTENG PROVINCE**

EDUCATION  
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**PROVINSIALE EKSAMEN**  
**NOVEMBER 2023**  
**GRAAD 11**

**WISKUNDE**  
**VRAESTEL 2**

**TYD: 3 uur**

**PUNTE: 150**

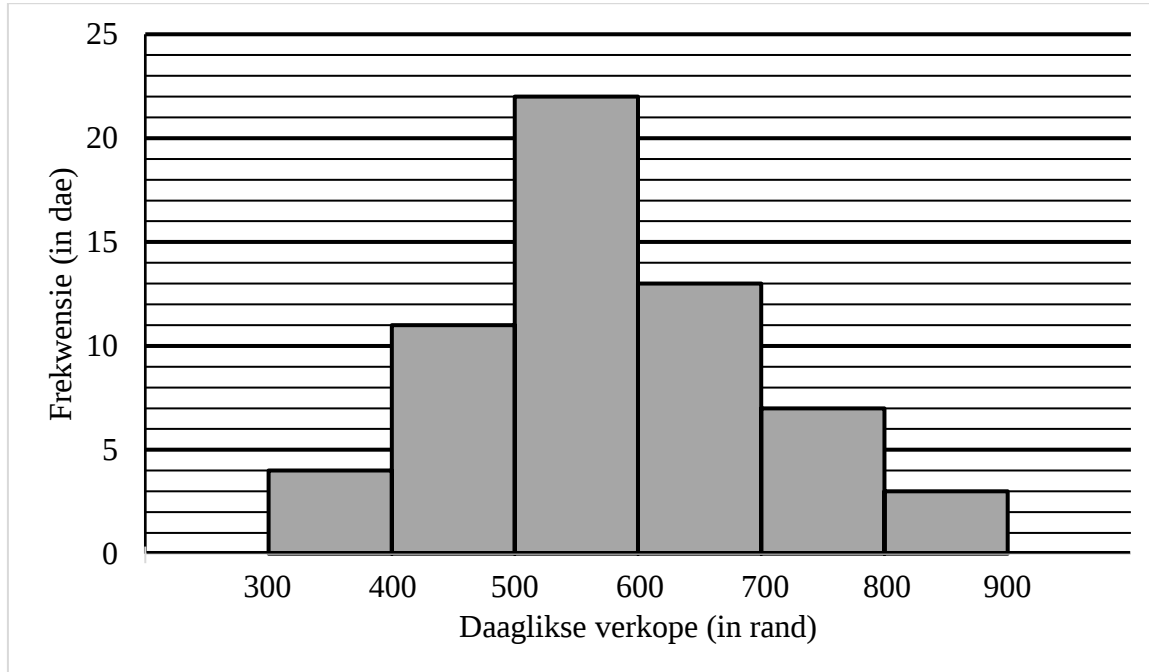
**12 bladsye + 'n inligtingsblad en 3 antwoordbladsye**

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om antwoorde te bepaal duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word NIE.
5. Gebruik 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies), tensy anders aangedui.
6. Waar nodig, moet antwoorde afgerond word tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
7. Antwoordbladsye vir VRAAG 1.1, 1.2 en 9.1 is aangeheg aan die einde van die vraestel. Skryf jou naam op elke ANTWOORDBLAD in die spasies wat daarvoor voorsien is en gee dit saam met jou ANTWOORDBOEK in.
8. Diagramme is NIE noodwendig op skaal geteken NIE.
9. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel van die vraestel.
10. Skryf netjies en leesbaar.

## VRAAG 1

'n Klein snoepwinkel het die afgelope twee maande (60 dae) 'n rekord van daaglikse verkope in rand vertoon deur die onderstaande histogram te gebruik.



- 1.1 Voltooi die volgende tabel. Gebruik die tabel wat voorsien is op ANTWOORDBLAD A.

| Klas interval      | Frekwensie | Kumulatiewe frekwensie |
|--------------------|------------|------------------------|
| $300 < x \leq 400$ | 4          | 4                      |
| $400 < x \leq 500$ |            |                        |
| $500 < x \leq 600$ |            |                        |
| $600 < x \leq 700$ |            |                        |
| $700 < x \leq 800$ |            |                        |
| $800 < x \leq 900$ |            |                        |

(2)

- 1.2 Teken 'n kumulatiewe frekwensiekurwe vir die verkope van die laaste twee maande. Gebruik die grafieksblad wat op ANTWOORDBLAD B voorsien is. (3)
- 1.3 Gebruik die grafiek in VRAAG 1.2 en bereken die geskatte mediaanwaarde vir die daaglikse verkope. (2)
- 1.4 Die snoepwinkel moet R475 se verkope per dag hê om gelyk te breek. Op hoeveel dae het die snoepwinkel 'n wins gemaak? (2)
- 1.5 Op die eerste dag van die volgende maand, het die snoepwinkel verkope van R725 gemaak. Lê hierdie dag in die top 25% van die verkope van die vorige twee maande? (2)

[11]

b.o.

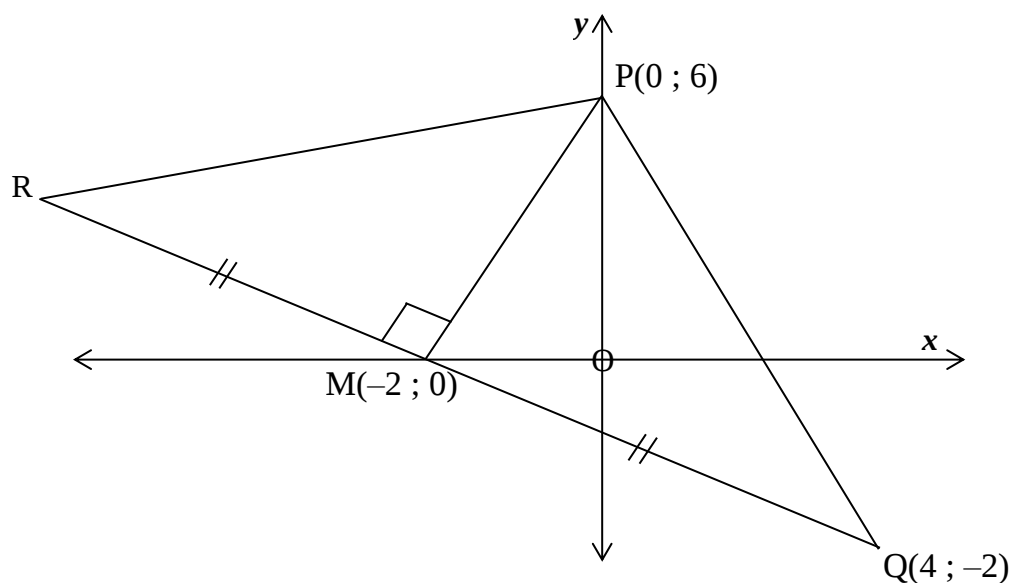
## VRAAG 2

Vyf data waardes word as volg voorgestel:  $2k$  ;  $k + 1$  ;  $k + 2$  ;  $k - 3$  ;  $2k - 2$

- 2.1 Indien die gemiddeld van die datastel 15 is, toon aan dat  $k = 11$ . (3)
- 2.2 Bereken die standaardafwyking ( $\sigma$ ) vir die data, afgerond tot een desimale plek. (2)
- 2.3 Indien  $t$  eenhede van elke datawaarde afgetrek word, sonder enige berekeninge, verduidelik hoe die gemiddeld en standaardafwyking beïnvloed sou word in terme van  $t$ . (2)
- [7]

## VRAAG 3

In die diagram hieronder, is  $\triangle RPQ$  geteken, met  $P(0 ; 6)$ ,  $Q(4 ; -2)$ .  $M(-2 ; 0)$  is die middelpunt van  $RQ$ .



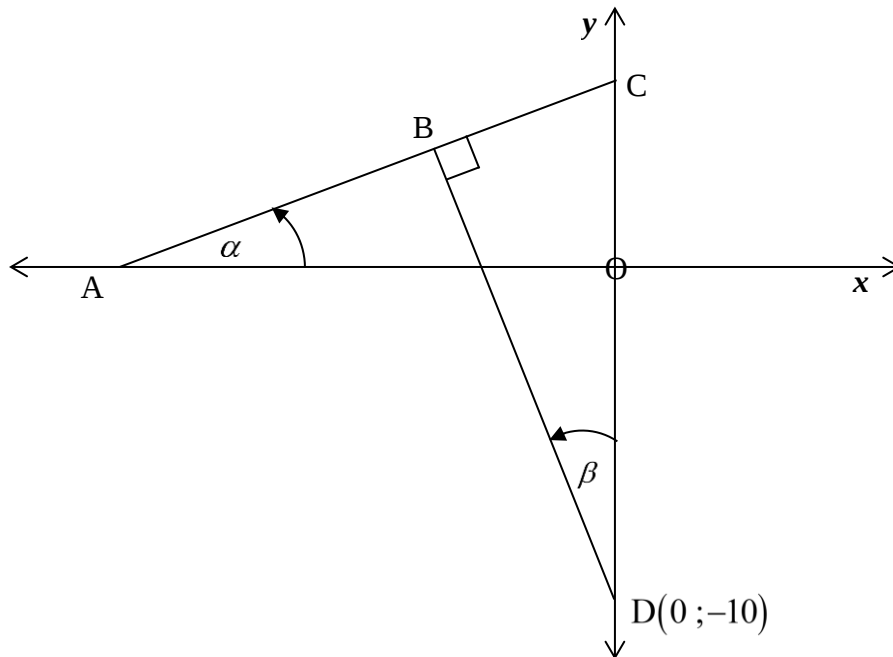
- 3.1 Bepaal die gradiënt van die lyn  $MQ$ . (2)
- 3.2 Bepaal die vergelyking van die lyn  $MP$ , in die vorm  $y = mx + c$ . (3)
- 3.3 Bepaal die koördinate van  $R$ . (3)
- 3.4 Bereken die lengte van  $PQ$ , in vereenvoudigde wortelvorm. (2)
- 3.5 Indien  $RPQT$  'n parallelogram is, bepaal die koördinaat van  $T$  as punt  $T$  in die derde kwadrant is. (2)
- 3.6 Verduidelik hoekom  $RPQT$  'n ruit is. (2)

[14]

b.o.

## VRAAG 4

In die diagram hieronder, sny lyne AC en BD by B, waar  $AC \perp BD$ . C en D lê op die y-as, terwyl A op die x-as lê. Die vergelyking van AC is  $py - x - 5p = 0$ , terwyl  $\alpha$  die inklinasiehoek van AC is, met  $\angle CDB = \beta$ .



- 4.1 Bepaal die koördinate van C. (3)
- 4.2 Indien die gradiënt van AC  $\frac{1}{2}$  is, toon aan dat  $p = 2$ . (2)
- 4.3 Bereken die koördinate van B. (5)
- 4.4 Bepaal die grootte van  $\alpha$ . (2)
- 4.5 Vervolgens, of andersins, bewys dat ABOD 'n koordevierhoek is. (3)
- 4.6 Bepaal die koördinate van die middelpunt van die sirkel wat deur punte D, B en C gaan. (2)

[17]

## VRAAG 5

- 5.1 Indien  $3\sin \beta = 2$ , en  $\cos \beta < 0$ , bepaal met behulp van 'n diagram en **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waarde van:

5.1.1  $3 \cos^2 \beta - 1$  (4)

5.1.2  $\tan (-\beta - 180^\circ)$  (3)

- 5.2 Gegee:  $t \cos 15^\circ = 4$

Bepaal die volgende in terme van  $t$ , **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**:

5.2.1  $\sin 15^\circ$  (3)

5.2.2  $\sin 75^\circ$  (2)

5.2.3  $1 - \tan^2 15^\circ$  (Gee die antwoord as 'n enkele breuk.) (3)

- 5.3 Vereenvoudig die volgende tot 'n enkele trigonometriesse funksie, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.

$$\frac{\cos(90^\circ - \alpha) \sin(-\alpha - 540^\circ)}{\tan 225^\circ + \sin \alpha \cdot \sin(180^\circ + \alpha)} \quad (5)$$

- 5.4 Gegee:  $1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \theta$

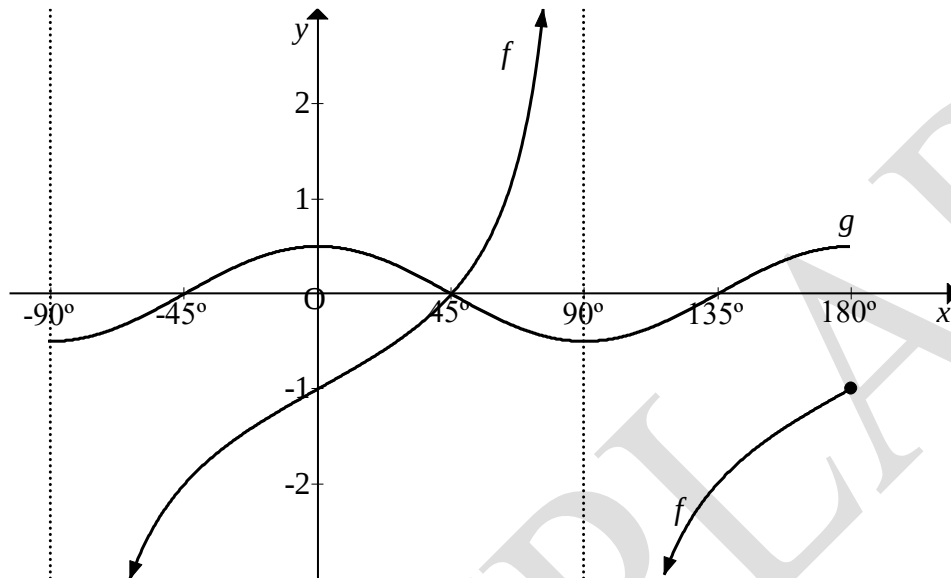
5.4.1 Toon aan dat die vergelyking geskryf kan word as:  
 $(2 \cos \theta + 1)(\cos \theta - 1) = 0$ . (2)

5.4.2 Vervolgens, bepaal die algemene oplossing van  $(2 \cos \theta + 1)(\cos \theta - 1) = 0$ . (5)

[27]

## VRAAG 6

In die diagram hieronder, is die grafieke van  $f(x) = \tan x - 1$  en  $g(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$  geskets, waar  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ .

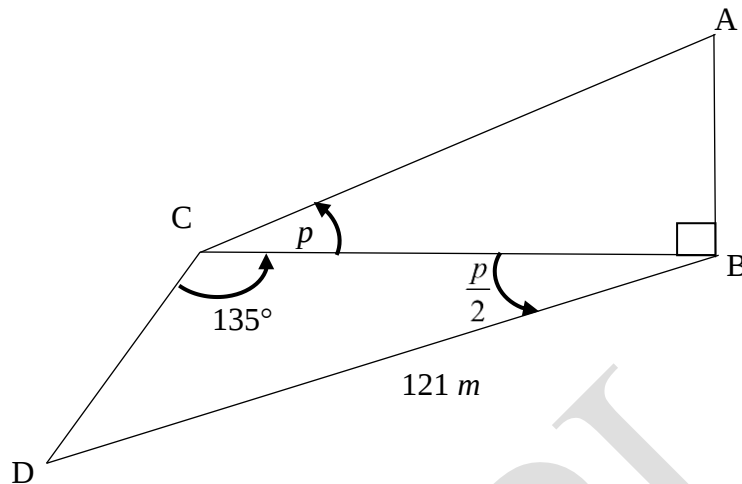


- 6.1 Skryf die periode van  $g$  neer. (1)
- 6.2 Bepaal die waardeversameling van  $g(x)$ . (2)
- 6.3 Gebruik die grafieke om die waardes van  $x$  grafies te bepaal waar:
- 6.3.1  $f(x) \geq 0$  (2)
- 6.3.2  $f(x) \cdot g(x) > 0$  (2)
- 6.3.3  $2 \tan x + \cos 2x = 2$  (3)
- 6.4 Indien  $h(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x}$ , beskryf die vertikale translasië van  $h$  vanaf  $f$ . (2)
- 6.5 Bepaal die maksimum waarde van  $p(x) = 4g(x)$ . (2)

**[14]**

**VRAAG 7**

In die figuur hieronder, is  $\triangle ABC$  geteken, met  $AB \perp BC$  en  $\hat{ACB} = p$ , met  $CB = 3AB$ .  $\triangle DCB$  is geteken sodat  $\hat{DCB} = 135^\circ$ , en  $BD = 121 \text{ m}$

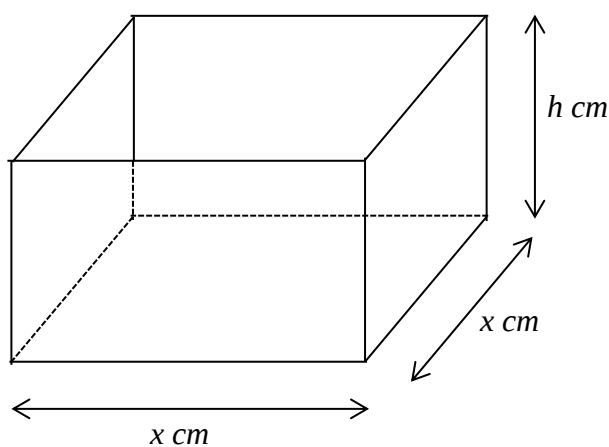


7.1 Bereken die waarde van  $p$ , korrek tot 3 desimale plekke. (2)

7.2 Indien  $p = 18,4^\circ$ , bereken die lengte van CD. (3)  
[5]

**VRAAG 8**

Die diagram hieronder stel 'n oop tenk voor, met 'n vierkantige basis (sy afmeting is  $x \text{ cm}$ ), met 'n hoogte van  $h \text{ cm}$ . Die tenk het 'n volume van  $490 \text{ cm}^3$ .



$$V = \text{Area van basis} \times \text{Hoogte}$$

8.1 Bepaal die hoogte ( $h$ ) van die tenk in terme van  $x$ . (2)

- 8.2 Toon aan dat A, die buite oppervlak van die tenk, gegee word deur die formule:

$$A = x^2 + \frac{1}{x} 960 \text{ cm}^2$$

(2)

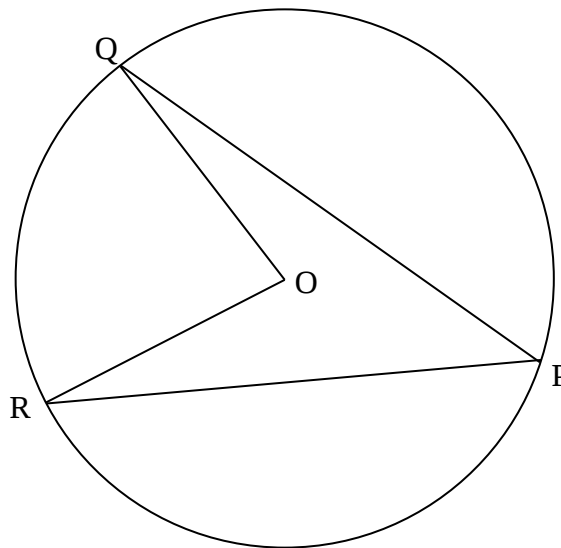
- 8.3 Dit word gegee dat die tenk 10 cm hoog is, bereken die buite oppervlak van die tenk.

(4)

[8]

### VRAAG 9

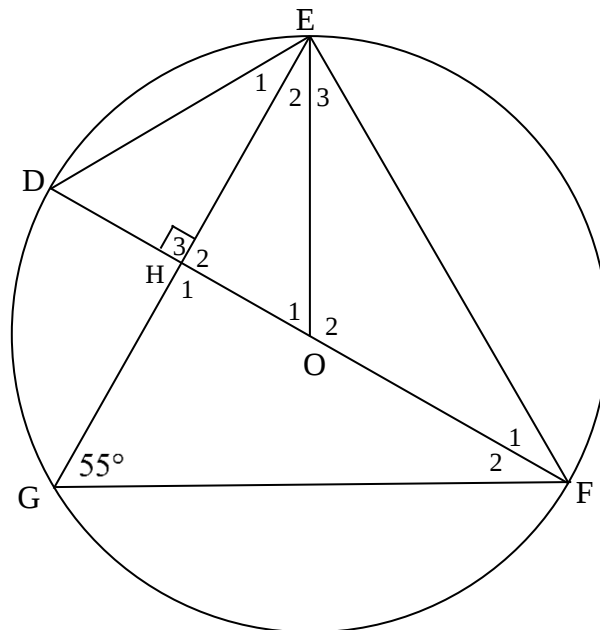
- 9.1 In the diagram hieronder, is O die middelpunt van die sirkel wat deur P, Q en R gaan. Koorde PQ en PR word getrek, OQ en OR is ook getrek.



Gebruik die diagram wat in ANTWOORDBLAD C voorsien is, om die stelling te bewys wat sê dat die hoek wat deur 'n boog by die middelpunt onderspan word is dubbel die hoek wat deur dieselfde boog onderspan word by die omtrek van die sirkel, dit is  $\angle ROQ = 2\hat{P}$

(6)

- 9.2 In die diagram hieronder, is DF 'n middellyn van die sirkel met middelpunt O. Koord EG sny DF by H sodanig dat  $DF \perp EG$ . Koorde EF en GF word getrek.  $\hat{E}GF = 55^\circ$ .



- 9.2.1 Bepaal met redes, die grootte van:

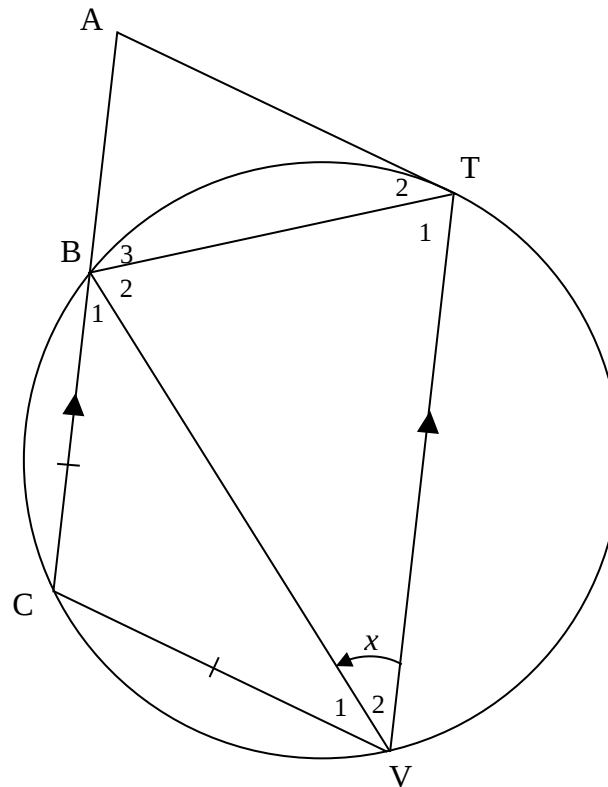
- (a)  $\hat{D}$  (2)
- (b)  $\hat{O}_2$  (2)
- (c)  $\hat{E}_2$  (2)
- (d)  $\hat{E}_3$  (3)

- 9.2.2 Bepaal die lengte van OH, indien die middellyn van die sirkel 10 eenhede is, en  $GE = 9,4$  eenhede.

(4)  
[19]

**VRAAG 10**

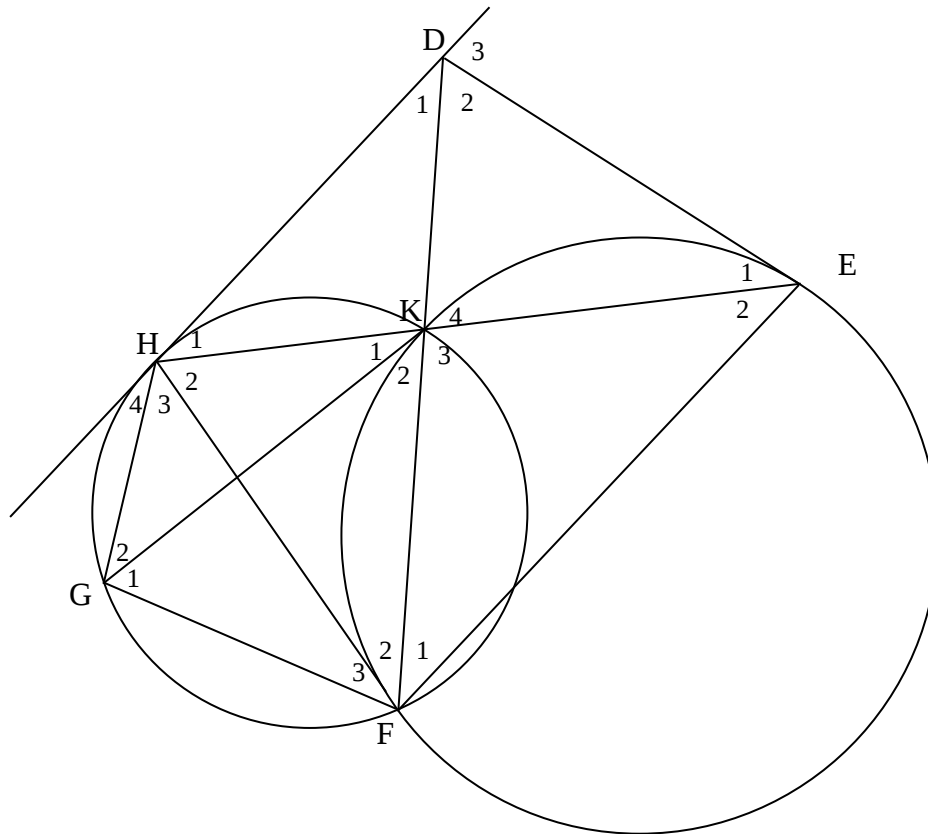
In die diagram hieronder, is  $AT$  'n raaklyn aan die sirkel by  $T$ . Koorde  $BT$ ,  $BV$  en  $VC$  word getrek.  $CB$  word verleng na  $A$ , sodanig dat  $AC \parallel TV$ .  $BC = CV$  en  $\widehat{BVT} = x$ .



- 10.1 Bepaal met redes, 3 hoeke wat gelyk is aan  $x$ . (6)
- 10.2 Indien  $ATVC$  'n parallelogram is, bewys dat  $AT = BT$ . (5)
- 10.3 Bepaal die groter van  $x$ . (2)
- [13]

### VRAAG 11

DE is 'n raaklyn aan die groter sirkel by E. DH is 'n raaklyn aan die kleiner sirkel by H. Koord HK word verleng, om die groter sirkel te ontmoet by E. F en K is die sny punte van die twee sirkels, met FK verleng na D. GK is 'n koord van die kleiner sirkel en FE is 'n koord van die groter sirkel. HF, GH en GF word getrek.



11.1 Voltooi die volgende:

$$\hat{D}_3 = \dots + \dots \quad (\text{buite } \angle \Delta) \quad (1)$$

11.2 Bewys dat DEFH 'n koordevierhoek is. (4)

11.3 Bewys dat DF, HFE halveer. (3)

11.4 Indien  $\hat{K}_1 = \hat{E}_1$ , bewys dat GK 'n raaklyn is aan die groter sirkel by K. (7)

[15]

**TOTAAL: 150**

**EINDE**

# INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} ; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

Naam en Van: \_\_\_\_\_ Graad: \_\_\_\_\_

**ANTWOORDBLAD A**

**VRAAG 1**

1.1

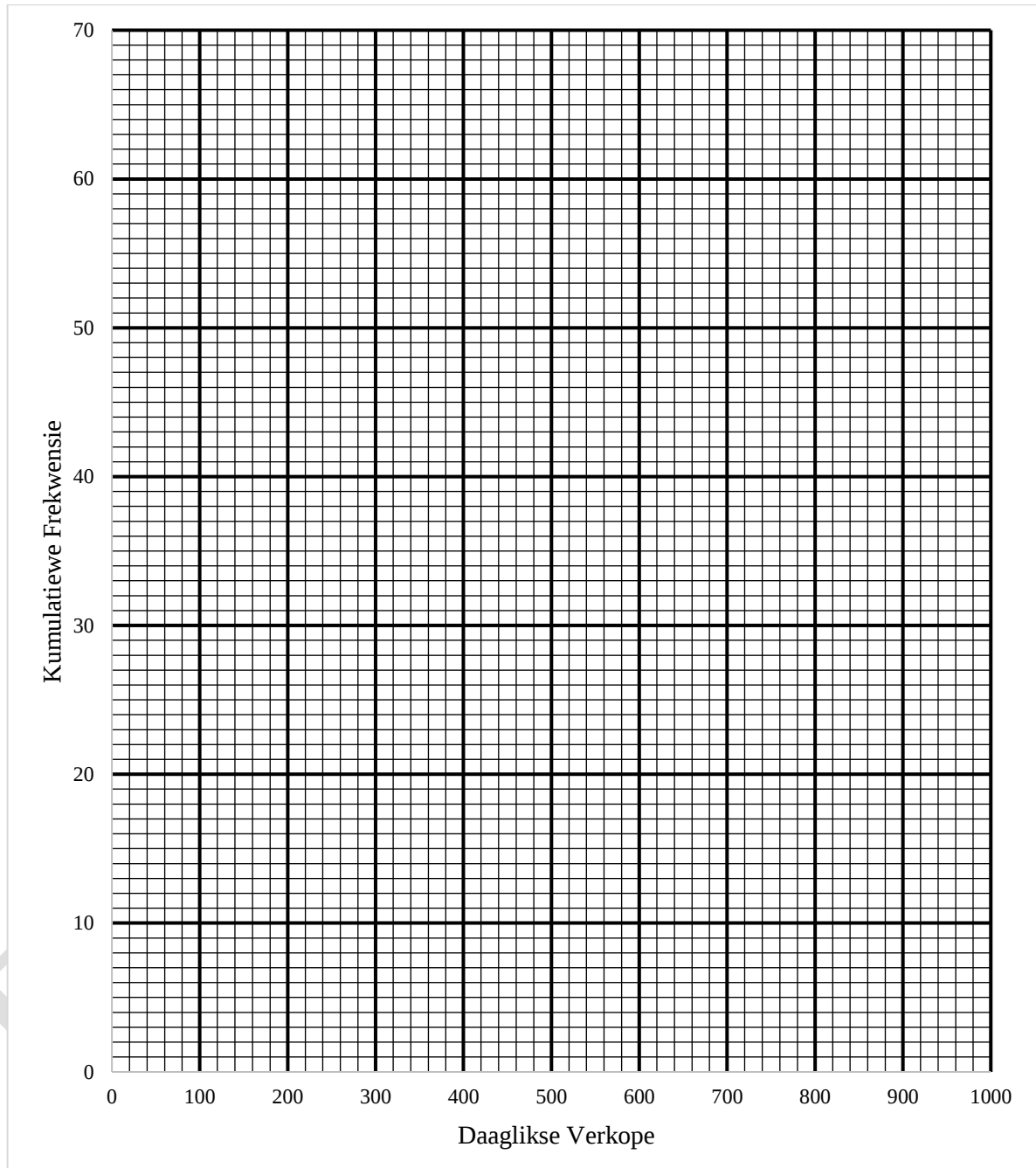
| Klas interval      | Frekwensie | Kumulatiewe frekwensie |
|--------------------|------------|------------------------|
| $300 < x \leq 400$ | 4          | 4                      |
| $400 < x \leq 500$ |            |                        |
| $500 < x \leq 600$ |            |                        |
| $600 < x \leq 700$ |            |                        |
| $700 < x \leq 800$ |            |                        |
| $800 < x \leq 900$ |            |                        |

(2)

Naam en Van: \_\_\_\_\_ Graad: \_\_\_\_\_

**ANTWOORDBLAD B**

1.2

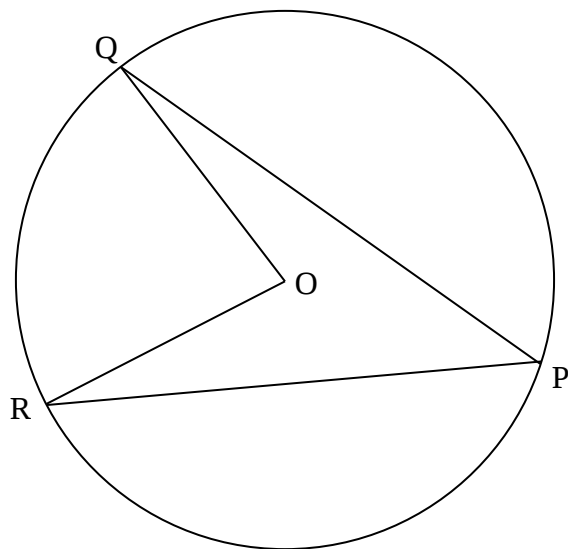


**Naam en Van:** \_\_\_\_\_ **Graad:** \_\_\_\_\_

## ANTWOORDBLAD C

**VRAAG 9**

9.1



EXEMPT